

**Рабочая программа**

**Алгебра и начала математического анализа  
(углубленный уровень)**

**10 – 11 классы**

## **Содержание учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» (углубленный уровень)**

### **10 класс**

#### **Числа и вычисления**

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

#### **Уравнения и неравенства**

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы  $2 \times 2$ , его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

## **Функции и графики**

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

## **Начала математического анализа**

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число  $e$ . Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

## **Множества и логика**

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

## **11 класс**

### **Числа и вычисления**

**Натуральные и целые числа.** Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

**Комплексные числа.** Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

## **Уравнения и неравенства**

**Система и совокупность уравнений и неравенств.** Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

**Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности.** Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

## **Функции и графики**

**График композиции функций.** Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

**Графические методы решения уравнений и неравенств.** Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

## **Начала математического анализа**

**Применение производной к исследованию функций** на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

**Применение производной для нахождения наилучшего решения** в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

**Первообразная, основное свойство первообразных.** Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

**Интеграл.** Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона–Лейбница.

**Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.**

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

## **Планируемые результаты освоения учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» (углубленный уровень)**

### **Предметные результаты**

К концу обучения в **10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам федеральной рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

#### **Числа и вычисления:**

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

#### **Уравнения и неравенства:**

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач;

свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы  $2 \times 2$  и его геометрический смысл, использовать свойства определителя  $2 \times 2$  для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений, моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

### **Функции и графики:**

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами.

### **Начала математического анализа:**

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь представление о константе;

использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера;

свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

### **Множества и логика:**

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение - следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам федеральной рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

### **Числа и вычисления:**

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

### **Уравнения и неравенства:**

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

**Функции и графики:**

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

**Начала математического анализа:**

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

**Тематическое планирование с указанием количества академических часов, отводимых на освоение каждой темы учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» (углубленный уровень) и возможность использования по этой теме электронных (цифровых) образовательных ресурсов**

**10 класс**

№ п/п	Количество часов	Тема	Количество часов на реализацию модуля Рабочей программы воспитания	ЭОР, ЦОР
1.	24	Множество действительных чисел. Многочлены. Рациональные уравнения и неравенства. Системы линейных уравнений	1	
2.	12	Функции и графики. Степенная функция с целым показателем		
3.	15	Арифметический корень n-ой степени. Иррациональные уравнения		
4.	10	Показательная функция. Показательные уравнения		
5.	18	Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения		<a href="http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/a797da7fa96f-4207-b086-9b2230dcd82e/00151007015393724.htm">http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/a797da7fa96f-4207-b086-9b2230dcd82e/00151007015393724.htm</a>
6.	22	Тригонометрические выражения и уравнения	1	<a href="http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/ef89b829-d575-4668-84e3-20f8abf11bcf/">http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/ef89b829-d575-4668-84e3-20f8abf11bcf/</a>
7.	10	Последовательности и прогрессии		
8.	20	Непрерывные	1	<a href="http://school-">http://school-</a>

		функции. Производная		<a href="http://collection.edu.ru/catalog/rubr/ef89b829-d575-4668-84e3-20f8abf11bcf/">collection.edu.ru/catalog/rubr/ef89b829-d575-4668-84e3-20f8abf11bcf/</a>
9.	1	Повторение, обобщение, систематизация знаний		
10.	132	Итого:	3	

## 11 класс

№ п/п	Количество часов	Тема	Количество часов на реализацию Рабочей программы воспитания	ЭОР, ЦОР
1.	22	Исследование функций с помощью производной	1	
2.	12	Первообразная и интеграл		<a href="http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/a87d6303-ae07-46dd-a18a-855c725fb448/">http://school- collection.edu.ru/catalog/rubr/a87d6303- ae07-46dd-a18a-855c725fb448/</a>
3.	14	Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства	1	
4.	24	Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства		
5.	10	Комплексные числа		
6.	10	Натуральные и целые числа		
7.	12	Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений		<a href="http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/a87d6303-ae07-46dd-a18a-855c725fb448/">http://school- collection.edu.ru/catalog/rubr/a87d6303- ae07-46dd-a18a-855c725fb448/</a>

8.	16	Задачи с параметрами		
9.	12	Повторение, обобщение, систематизация знаний		
10.	132	Итого:	2	