

**Рабочая программа**

**Геометрия (углубленный уровень)**

**10 – 11 классы**

## Содержание учебного предмета «Геометрия» (углубленный уровень)

### 10 КЛАСС

#### **Прямые и плоскости в пространстве**

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

#### **Многогранники**

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма:  $n$ -угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида:  $n$ -угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

#### **Векторы и координаты в пространстве**

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких

векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некопланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

## **11 КЛАСС**

### **Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

### **Векторы и координаты в пространстве**

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

### **Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

## **Планируемые результаты освоения учебного предмета «Геометрия» (углубленный уровень)**

### **Предметные результаты**

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;

применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;

свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;

свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;

свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);

классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;

свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;

выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;

строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;

свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;

выполнять действия над векторами;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;

оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;

свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;

вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;

изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;

извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

свободно оперировать понятием вектор в пространстве;

выполнять операции над векторами;

задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями,

вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;

свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;

выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;

строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;

использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;

доказывать геометрические утверждения;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;

применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**Тематическое планирование с указанием количества академических часов, отводимых на освоение каждой темы учебного предмета «Геометрия» (углубленный уровень) и возможность использования по этой теме электронных (цифровых) образовательных ресурсов**

**10 класс**

№ п/п	Количество часов	Тема	Количество часов на реализацию Рабочей программы воспитания	ЭОР, ЦОР
1.	23	<b>Прямые и плоскости в пространстве.</b> Введение в стереометрию	1	Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/5e88f16a-c240-48cc-9adb-db2cab0bdbf7?backUrl=%2F02.3%2F10">https://lesson.edu.ru/lesson/5e88f16a-c240-48cc-9adb-db2cab0bdbf7?backUrl=%2F02.3%2F10</a>
2.	6	<b>Прямые и плоскости в пространстве.</b> Взаимное расположение прямых в пространстве		Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/eb2f786e-ff26-4bfc-bfb9-f6da8038efd2?backUrl=%2F02.3%2F10">https://lesson.edu.ru/lesson/eb2f786e-ff26-4bfc-bfb9-f6da8038efd2?backUrl=%2F02.3%2F10</a>
3.	8	<b>Прямые и плоскости в пространстве.</b> Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	1	
4.	25	<b>Прямые и плоскости в пространстве.</b> Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	1	
5.	16	<b>Прямые и плоскости в пространстве.</b> Углы и расстояния		Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/4940b757-cab7-49ef-8314-e9f108d0d1c4?backUrl=%2F02.3%2F10">https://lesson.edu.ru/lesson/4940b757-cab7-49ef-8314-e9f108d0d1c4?backUrl=%2F02.3%2F10</a>
6.	7	<b>Многогранники</b>	1	Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/824b5b2a-11dc-473a-b3fa-">https://lesson.edu.ru/lesson/824b5b2a-11dc-473a-b3fa-</a>

				<a href="https://lesson.edu.ru/lesson/dec09c82-4fed-45c5-8b5c-5d16806132bd?backUrl=%2F02.3%2F10">b9213890e77d?backUrl=%2F02.3%2F10</a>
7.	12	<b>Векторы и координаты в пространстве.</b> Векторы в пространстве		
8.	2	Повторение, обобщение и систематизация знаний		
9.	99	ИТОГО:	4	

### 11 класс

№ п/п	Количество часов	Тема	Количество часов на реализацию Рабочей программы воспитания	ЭОР, ЦОР
1.	15	<b>Векторы и координаты вектора в пространстве.</b> Аналитическая геометрия	1	Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/dec09c82-4fed-45c5-8b5c-5d16806132bd?backUrl=%2F02.3%2F11">https://lesson.edu.ru/lesson/dec09c82-4fed-45c5-8b5c-5d16806132bd?backUrl=%2F02.3%2F11</a>
2.	15	Повторение, обобщение и систематизация знаний		
3.	17	<b>Многогранники.</b> Объём многогранника	1	
4.	24	<b>Тела вращения</b>	1	Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/4ac3c941-1160-4de7-b279-4e8e94e943ad?backUrl=%2F02.3%2F11">https://lesson.edu.ru/lesson/4ac3c941-1160-4de7-b279-4e8e94e943ad?backUrl=%2F02.3%2F11</a>
5.	9	<b>Тела вращения.</b> Площади поверхности и объёмы круглых тел		Библиотека ЦОК <a href="https://lesson.edu.ru/lesson/4ac3c941-1160-4de7-b279-4e8e94e943ad?backUrl=%2F02.3%2F11">https://lesson.edu.ru/lesson/4ac3c941-1160-4de7-b279-4e8e94e943ad?backUrl=%2F02.3%2F11</a>
6.	5	<b>Движения в</b>		

		<b>пространстве</b>		
7.	14	Повторение, обобщение и систематизация знаний		
8.	99	ИТОГО:	3	